

Lo experiencial, lo operacional y lo perceptivo en las interpretaciones gráficas cartesianas

Experimental, Operational and Perceptive Aspects on Interpreting Cartesian Graphs

Eduardo Carrasco*

Resumen

Este trabajo presenta un resultado de investigación sobre el proceso de interpretación y construcción de gráficos cartesianos. En un marco socioepistemológico, este trabajo se centra en la actividad de las matemáticas de los estudiantes de alrededor de quince años de edad. Definimos el espacio epistémico de la figuración como un espacio de relaciones entre la figura, el fenómeno y el estudiante. En este espacio, el estudiante construye conocimiento cuando significa elementos gráficos como aspecto fenomenal. Esta herramienta teórica hace posible una caracterización sistémica de la actividad estudiantil desde el aspecto operativo, perceptual y experiencial de su cognición. De las respuestas de una prueba se muestran elementos que concurren para hacer significados en el alumno que interpretaban una gráfica estadística.

Palabras clave: visualización gráfica, variación, socioepistemología.

Abstract

This paper presents research results about the process of interpretation and construction of Cartesian's graphs. In a socio-epistemological framework, this work focuses in mathematics' activity of students around fifteen years old. We define the epistemic space of figuration as a space of relations between figure, phenomenon and student. In this space, the student builds knowledge when he signifies graphics elements as phenomenon's aspects. This theoretical tool makes possible a systemic characterization of the student's activity from the operational, perceptual and experiential aspect of his cognition. Test's answers show elements that come together to create meanings in the student that interpreted a statistics graph.

* U. Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile. Correo electrónico: eduardo.carrasco@umce.cl.

Keywords: didactic proposal, algebraic thought, school-related.

1 Introducción

El pensamiento variacional tiene en su desarrollo el uso de figuras como un elemento central de la actividad matemática (Carrasco, 2015). Hilbert señalaba, por ejemplo, que “las figuras geométricas son fórmulas gráficas y ningún matemático puede prescindir de ellas” (1900). Por su parte, Cantoral y Farfán (1998) muestran que, para acceder al pensamiento variacional, se precisa, entre otras cosas, del manejo de un universo de formas gráficas extenso y rico en significados por parte del que aprende. Sin embargo, los elementos de la gráfica cartesiana, al ser esta una herramienta matemática, refieren a significados específicos que han sido contruidos con laboriosidad por la comunidad matemática. De modo más preciso, en Occidente inicia su construcción alrededor del siglo XIII, con el trabajo de Oresme, y se reconoce su forma y sentido actual en el trabajo de Weiestrass a finales del siglo XIX.

Además, podemos entender las gráficas cartesianas como una figura de lo que varía, que permite hacer ostensible a la mirada el comportamiento de aspectos de un fenómeno que no necesariamente son visibles. Esto muestra a la gráfica cartesiana en su complejidad toda vez que es una herramienta matemática y a la vez un dibujo. Esta complejidad se revela en los diversos obstáculos que encuentran los estudiantes para su uso como herramienta y las diversas aproximaciones al estudio didáctico de las gráficas (Janvier, 1989; Sherin, 2000; Dolores, Alarcón y Albarran, 2002; Di Sessa, 2004; Carrasco, 2006; Miranda, Radford y Guzmán, 2007; Parnafes, 2010; English, 2012; Roth 2013). Particularmente, el estudio TERCE (2015) muestra que solo el 8 % de los estudiantes chilenos pudo interpretar los datos obtenidos de un gráfico para realizar un procedimiento aritmético con dichos datos y solo el 36 % de los estudiantes pudo leer correctamente un dato del gráfico esbozando un procedimiento adecuado para resolver la situación, aunque sin lograrlo. Es decir, la escuela no está promoviendo la construcción de la gráfica como una herramienta para entender aquello que varía, problemática en que se enmarca este trabajo.

En general, la gráfica cartesiana es entendida como un conjunto de símbolos que, al ser interpretados, se constituyen en signos-vehículos que enlazan unos significados de las cosas del mundo interno del sujeto con cosas del mundo externo (Presmeg, 2008). En esta perspectiva, basada en la semiótica de Pierce, las matemáticas tendrán un carácter abstracto, principalmente simbólico, configurando un mundo virtual según Sfard (2000). La gráfica cartesiana se constituye entonces en un sistema propio de símbolos, y el estudio de su construcción e interpretación debe indagar en los sistemas particulares de significados asociados, superando su focalización en el signo matemático que, despojado de una relación con una realidad fenoménica, queda “atrapado” en el mundo virtual configurado por el lenguaje matemático (Janvier, 1987). Sin embargo, Cherin (2000) declara que una mirada basada en los signos implica aceptar que su significado es atemporal y se mantiene objetivo y constante, sin considerar cambios culturales o la misma evolución de las ideas. Hecho que no se corrobora en los resultados de Roth y Bowen (2003), quienes, al abordar el estudio de la gráfica en la actividad matemática de profesionales, muestran cómo ante una gráfica del comportamiento de una máquina, tanto el técnico que trabaja con ella como el ingeniero significan elementos diferentes res-

pecto del fenómeno. Y en un diálogo de ambos logran reconstruir el fenómeno e intervenir. Es decir, los signos de la gráfica no solo son ideas matemáticas, sino que dependen de quien la interpreta. Sin embargo, estas aproximaciones se enmarcan en entender a la gráfica como signos que posibilitan re presentar el mundo en la cognición. Signos que pueden ser socialmente construidos, pero que se constituyen en registros de representación de aquella realidad fuera del sujeto, conformando aproximaciones representacionistas del conocer (Carrasco, Díaz y Buendía, 2014).

La perspectiva representacionista de aquello que se conoce ha ido cambiando en torno a las ciencias cognitivas (Varela, 1989). En particular, desde la visión autopoietica de lo vivo propuesta por Varela y Maturana (1994), se entiende el acto cognitivo como un acto encarnado, donde la construcción de una nueva idea surge en el acoplamiento estructural de quien conoce ante lo que se vive. Así, toda idea es la emergencia de un estado de nuestra cognición que está estructuralmente acoplado con aquello que toca vivir. Luego, un estudiante ante cada vivencia enactará, podrá en acción aquel mundo que ha construido en el acoplamiento ininterrumpido con lo otro, los otros y las situaciones específicas que ha vivido (Varela 2000).

Lo anterior hace necesaria la construcción de una mirada nueva a la actividad de construcción e interpretación de una gráfica cartesiana, que entienda a esta no como un signo que re-presenta el mundo, sino como una herramienta que permite la actividad del estudiante para conocer, predecir e intervenir en aquello que varía. Luego, este artículo presenta elementos cognitivos que concurren a la interpretación de estudiantes de gráficas cartesianas de variación desde una mirada enactiva que asume a la gráfica en su dualidad de herramienta matemática y de dibujo de aquello que varía.

2 Elementos teóricos

2.1 El espacio epistémico de figuración

Los estudiantes se encuentran en el aula con los docentes y el saber, realizando actividades para construir su saber matemático. Cuando abordan la construcción de una figura de aquello que varía, se hacen presentes formas de conocer y de actuar que ellos han construido con base en su estructura biológica, dotada de autonomía operacional e inserta en un sistema biológico y sociocultural. Según Correa (2011), cada uno de estos subsistemas —el biológico y el sociocultural— ha tenido una evolución particular y es parte constituyente y esencial de sus procesos de construcción de saberes. Suscribiendo una perspectiva enactiva (Varela, 2000) de la actividad cognitiva, se entiende el acto de conocer a partir de una mente encarnada que tiene una historia de acoplamiento estructural con aquello que le toca vivir (Reid y Mgombelo, 2015). Esto implica dejar de mirar a la gráfica (o a toda imagen de la realidad) como una re-presentación de un mundo dado, para entender que tanto la imagen como el mundo emergen en la cognición codefiniéndose de modo retroactivo. Luego, la visualización de aquello que vivimos ocurre en el ciclo de retroalimentación de la acción y la percepción, conformando una percepción guiada, configurada, desde aquello que se conoce.

El acto de conocer aquello que se vive se da a partir del proceso denominado enacción. Este proceso se

constituye al emerger estados particulares de redes neuronales, los cuales son puestos en acción según codefiniciones retroactivas entre los esquemas enactados y la actividad involucrada. De este modo, cuando los estudiantes figuran, se da la enacción de aquellos conjuntos de ideas con base en la historia ininterrumpida de coordinaciones con los entornos, con los otros, con los que ha vivido, así como con los otros que concurren en el momento del aula. Desde esta perspectiva, en Carrasco, Díaz y Buendía (2014) se define el espacio epistémico de figuración (esquema 1). Este es entendido como un espacio de actividad en el cual el sujeto articula figura y fenómeno con el objeto de conocer qué y cómo varía. Es un espacio epistémico en cuanto el estudiante conoce a partir de los mundos que enacta y que le posibilitan la emergencia de significaciones, prácticas, herramientas y argumentos para abordar la situación problemática; espacio que es a la vez operacional, perceptual y experiencial.

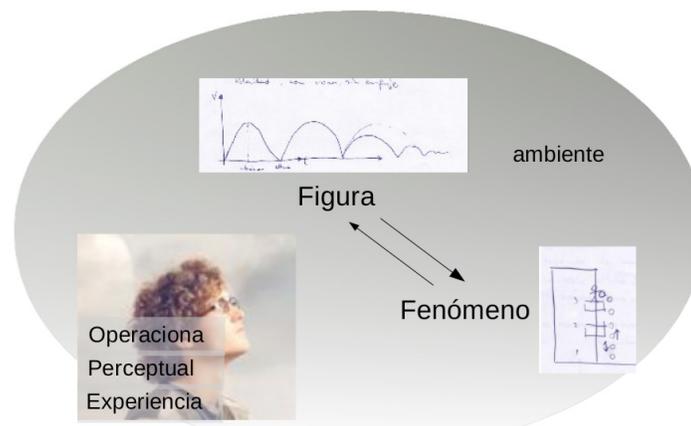


Figura 1. Espacio epistémico de figuración

Dado el interés de este estudio por determinar aquello que concurre a configurar la actividad de figurar e interpretar figuraciones de variación de los estudiantes y determinar lo que concurre para constituir a la gráfica cartesiana en herramienta de su actividad matemática, la mirada se orienta hacia la deconstrucción de prácticas, entendidas estas como “modos de operación o esquemas de acción socialmente compartidos” (De Certeau, 2000, p. XLI). Estas prácticas son reconocibles en la acción de sujetos que forman un espacio social particular en el cual se dan acciones que conminan a quienes no suscriben tales esquemas de acción socialmente compartidos a incorporarlos en su actividad. De este modo, la práctica de figuración se constituye como un hecho social en el sentido de Durkheim (2001), el cual, inserto en el aula, configura una práctica socioescolar de figuración.

2.2 Las gráficas cartesianas como herramienta de figuración

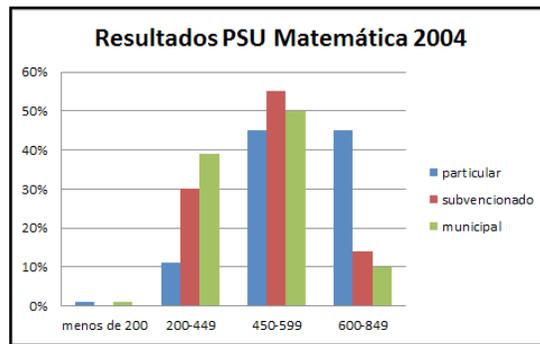
Trabajos que suscriben una naturaleza de construcción social para el conocimiento concurren en considerar la actividad humana como elemento central en la construcción de saber matemático. A partir de estos marcos se avanza, desde una significación de la gráfica cartesiana como objeto, a considerarla como una herramienta para la actividad matemática de modelación de fenómenos de variación. Bowen, Roth y McGinn (1999) avanzaron en considerar la graficación como un conjunto de prácticas de representación, producción, lectura e incluso crítica de gráficas. Prácticas que son de naturaleza social, y en ellas deben estar consideradas las prácticas comunes de cada grupo social involucrado, sus preocupaciones y necesidades, el tipo de herramientas en un sentido amplio y los significados que emergen en su utilización.

En cuanto al marco socioepistemológico, por su parte, Cordero, Cen y Suárez (2010) proponen la graficación como una práctica institucional que permanece y se desarrolla en la escuela a través de los diferentes elementos del discurso matemático escolar. La herramienta condiciona la práctica y esta condiciona la herramienta. Esto permite el desarrollo del razonamiento y de la argumentación a través de justificaciones funcionales más centradas en lo que es de utilidad al grupo humano en cuestión. Buendía (2012) establece una *epistemología de prácticas* para las gráficas, es decir, determina prácticas sociales que están a la base del uso de las gráficas en calidad de herramientas para la matemática. Avanza en determinar usos que realizan los profesores de las gráficas. Por ejemplo, al identificar en la gráfica figuras geométricas, los profesores construyen argumentaciones de cálculo de áreas para determinar velocidades, a diferencia de un uso más tradicional que implica encontrar valores específicos de las curvas que promueve argumentos más analíticos.

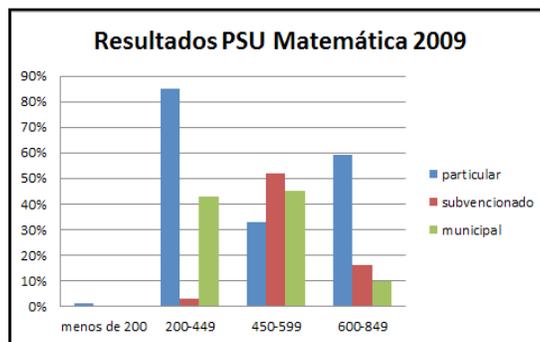
En este trabajo, la mirada a la gráfica cartesiana se amplía al entenderla no solo como una herramienta matemática, sino que se busca entenderla también en su calidad de dibujo que, como tal, narra algo específico de un fenómeno de variación. De este modo, el estudiante, al trabajar en la interpretación de gráficas, constituye el espacio epistémico de figuración como el espacio de actividad, conformado por el fenómeno, la figura y el sujeto que conoce, que posibilita significar elementos del fenómeno en la figura y viceversa. En él, una figura, cartesiana o no, es articulada con el fenómeno que se estudia, lo que permite entender a este último en términos de las relaciones espaciales (geométricas o perceptivas) de la figura construida y, del mismo modo, la figura es significada desde las magnitudes estudiadas. Si analizamos, por ejemplo, la obra de Newton, podemos apreciar cómo articula una curva, entendida como la traza de un punto que es movido por dos segmentos coordenados, los cuales son significados como la medida de magnitud de tiempo y distancia. Esto permite entender el fenómeno de desplazamiento de una partícula en términos de las relaciones geométricas que el dibujo presenta y, desde ahí, construir las relaciones algebraicas a las cuales aplica su método de fluxiones. Se configura, por tanto, una práctica de figuración de fenómenos de variación (Carrasco, Díaz, y Buendía, 2014). Así, la práctica de figuración será entendida como aquella actividad socialmente compartida de construcción e interpretación de figuras (cartesianas o no) en términos de aspectos (ostensibles o no) del fenómeno de interés.

3 Metodología

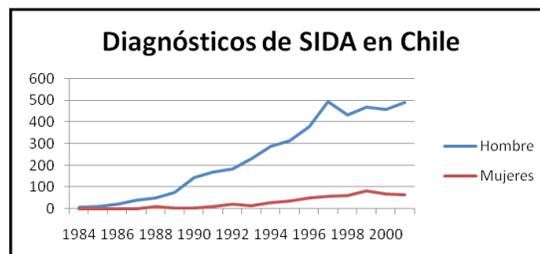
Se aplica una prueba escrita a estudiantes de 3.er año medio de una escuela de nivel socioeconómico medio bajo. La prueba plantea situaciones de interpretación de dos gráficas de variación obtenidas de sitios *web* públicos. La primera gráfica (a y b) es un histograma que muestra datos referentes a resultados de la PSU (Prueba de Selección Universitaria) que rinde todo estudiante que desea ingresar a universidades públicas chilenas en el área de matemáticas, según publicaciones oficiales de los años 2004 y 2009, presentados según la dependencia de las escuelas (municipal, subvencionada y particular) e intervalos de puntaje. La gráfica (c) es un gráfico de líneas que muestra el número de diagnósticos de casos de sida en Chile por género entre los años 1984 y 2000.



a



b



c

(a) y (b) Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educativo; (c) Ministerio de Salud, Chile, 2001

Las preguntas en ambos apartados del cuestionario son amplias y se centran en aspectos variacionales y predictivos en las gráficas de PSU y respecto de las tendencias en las gráficas de sida. Con ello, se busca que sus textualidades revelen aspectos del gráfico que se consideren relevantes en cuanto a la predicción de situaciones respecto de la tendencia, la comparación de situaciones y generalizaciones de la información presentada.

La interpretación se llevó a cabo mediante la tabulación de las respuestas de los estudiantes. En una primera lectura se seleccionaron y clasificaron frases específicas de cada respuesta, y se agruparon por similitud de sentido. En un segundo momento se interpretó el conjunto de frases y luego se realizó su análisis textual determinando categorías de análisis a partir de codificaciones abiertas.

En el análisis de estas interpretaciones, se caracterizaron aspectos operacionales, perceptuales y experienciales que concurren a la interpretación del fenómeno a partir de las gráficas estudiadas, lo que muestra la pertinencia del espacio epistémico de figuración. Los resultados, entonces, se presentan en torno a estas categorías. Dado que no se recolectaron las gráficas intervenidas por los estudiantes, no se pudo realizar un análisis de las figuras, por lo que nos centramos en el análisis del discurso de las respuestas dadas a los cuestionarios.

4 Análisis de resultados

4.1 Lo operacional en la interpretación

Estudiante	Textualidades destacadas
E2	<p><i>"En los (colegios) particulares entre el año 2004 entre el (puntaje de la prueba PSU ubicado en) 200-459, 450-599 y el 600-849 estaban ya altos, pero en el 2009 en el 200-459 y el 450-599 ha bajado"</i></p> <p><i>"en cambio en el 600-849 en el 2004 ya era mayor y siguió subiendo en el 2009, en el subvencionado en el año 2004 ya era alto en cambio, en el 2009 unos se han mantenido y otros han bajado mucho."</i></p>
E4	<p><i>"200-449: En el año 2009 en el particular bajó el 10%, los subvencionados subieron un 30% y los municipales un 40%."</i></p>

Tabla 1. Reducción de variables

Se propone a los estudiantes que comparen los resultados de la PSU entre 2004 y 2009 (gráficos a y b). Para ello, los estudiantes reducen la mirada a una variable en los dos momentos temporales mostrados en las gráficas. Las textualidades muestran descripciones que van fijando las otras variables en un valor especí-

fico. El estudiante E2 fija la dependencia y sobre ella compara el cambio de cada intervalo de puntaje entre los años 2004 y 2009.

Las comparaciones que se realizan son de carácter cualitativo: frases como “bajó el 10 %” o “los (colegios) subvencionados subieron” dotan a la gráfica de verticalidad, permitiendo cuantificaciones intensivas (Ruiz y Valdemoros, 2006). Por su parte, frases como “ya era mayor” y “siguió subiendo” dan cuenta de una significación de continuidad en la variación de la variable, aun cuando refiera a un fenómeno discreto, pero persistente en el tiempo. Así, los valores graficados son interpretados desde la temporalidad de la evolución de un fenómeno, como es la Prueba de Selección Universitaria, que es un hito constante en la educación chilena.

Estudiante	Textualidades destacadas
E7	<i>PSU año 2004: Los colegios particulares, el 10% de los alumnos obtuvieron un puntaje de 200 puntos, subiendo el 45% de los alumnos entre los 450-599 puntos, se mantuvieron, a diferencia de PSU del 2009, los cuales fueron aumentando el puntaje de poco encontrándose la mayor cantidad de alumnos en los 600 puntos.</i>
E13	<i>Los municipales del 2004 en 200-449 no alcanzaban a pasar el 40%. Los particulares no alcanzaron el 60% en el 2004 en 600-849. Los resultados del 2009 en compararon a los del 2004 muestran una disminución en el porcentaje de alumnos de colegios particulares en lograr de 200 a 449 puntos en la PSU</i>
E17	<i>En la siguiente escala muestra una disminución en los alumnos de colegios particulares en alcanzar de 450 a 599pts., así también de colegios subvencionados en la misma escala de puntaje y también de los alumnos de colegios municipales</i>

Tabla 2. Primeras comparaciones

Las textualidades presentadas por los estudiantes E7, E13 y E17 muestran un segundo aspecto en las comparaciones. Diversos estudiantes refieren cambios porcentuales en sus descripciones. Se asume el año 2004 como referente, a partir del cual se realizan comparaciones del eje de las ordenadas (porcentaje de estudiantes) con el año 2009. Las textualidades se refieren a los valores del eje más que a un cálculo de deltas de incremento. Hay en ellos una interpretación de los valores del eje en la que el porcentaje es una medida por sí misma. En el cotidiano nacional, las tiendas comerciales anuncian comúnmente descuentos sin referirse al valor inicial o al incremento o descuento. Del mismo modo, los estudiantes usan en sus textualidades la palabra “aumento” o “sigue”, además de adjetivos, que hablan de una temporalidad en la manera de referirse a la comparación en la cual no se requiere explicitar el inicio del intervalo, ya que solo basta con el valor final.

Estudiante	Textualidades destacadas
E3	<p><i>Que en el gráfico del 2004 el índice de lo que estaba más alto disminuye en el 2009 y lo que estaba más bajo aumento en el 2009 o sea ocurre todo lo contrario. Por ejemplo: en el ámbito particular el 2004 partió subiendo, sube y disminuye al final al igual que en el 2009.</i></p> <p><i>En los municipales el 2004 permanece estable al principio luego decae, en el 2009 permanece bajo que en 2004 y al final disminuye aún más</i></p>

Tabla 3. Comparaciones

El estudiante E3 se refiere a dos puntos temporales; las interpretaciones de lo que varía las entiende como aumento o disminución.

En síntesis, una práctica interpretativa evidenciada en las respuestas del cuestionario se estructura con la constantificación de algunas variables presentes en la gráfica para solo comparar dos valores de una de las variables en momentos temporales distintos. El contexto de una evaluación que se realiza de forma periódica en el país pareciera permitirles hablar de tendencia y no solo de comparación de los dos estados presentados en las gráficas.

Una segunda estrategia de análisis presentada en las respuestas de los estudiantes es la tabulación de datos. Los estudiantes, como muestra la textualidad siguiente, generan listados respecto de las comparaciones de variables que realizan.

Como se aprecia en la tabla 4, el estudiante E13 enlista diferentes comparaciones. En el caso de la estadística de resultados PSU de variable discreta, las comparaciones las presenta con base en las diferentes categorías de las variables (en este caso, los intervalos de puntaje de la PSU). Para las gráficas de diagnósticos del sida, de variable continua, el listado o tabulación queda determinado por aquellos puntos en que el cambio es significativo a la percepción.

Por su parte, el estudiante E3 realiza una tabulación a partir de intervalos o puntos en los cuales el cambio es significativo a la percepción de quien interpreta el gráfico. En el caso del estudiante E3, vemos que estructura el listado por año. El hecho de que use valores porcentuales en sus descripciones en cada caso del listado da cuenta nuevamente de la lectura superficial de los ejes y las unidades de medida. En el gráfico, la variable dependiente está expresada en cantidad de casos, no en variación porcentual.

Estudiante	Textualidades destacadas
E3	<p><i>En 1992, el hombre llegó al 20%, la mujer llegaba al 0%.</i></p> <p><i>1993: El hombre 30% la mujer sigue igual.</i></p> <p><i>1994: El hombre sigue igual, la mujer también.</i></p> <p><i>1995: El hombre se acerca al 40%, la mujer sube de a poco</i></p> <p><i>1996: El hombre llegó al 50%, mientras que la mujer se acerca al 10%</i></p> <p><i>1997: El hombre baja, la mujer sube</i></p> <p><i>1998: El hombre baja, la mujer sube</i></p> <p><i>1999: El hombre baja, la mujer sube</i></p> <p><i>2000: El hombre baja, la mujer sube</i></p> <p><i>2001: El hombre sube a casi un 50% la mujer no llega al 10%.</i></p>
E13	<p><i>En el año 2004 en 200-449 los resultados de los particulares eran más altos que en el año 2009.</i></p> <p><i>Los subvencionados del 2004 en 200-449 estaban igualados en porcentaje con el 2009. Los municipales del 2004 en 200-449 no alcanzaban a pasar el 40%.</i></p> <p><i>En el 2004 el particular, subvencionados y municipales fueron altos en porcentajes que el 2009 en 450-599.</i></p> <p><i>Los particulares no alcanzaron el 60% en el 2004 en 600-849.</i></p> <p><i>Subvencionados y municipales en 600-849 estuvieron igualados en ambos años.</i></p> <p><i>En los municipales el 2004 permanece estable al principio luego decae, en el 2009 permanece bajo que en 2004 y al final disminuye aún más</i></p>

Tabla 4. Tabulaciones

4.2 Lo perceptivo en la interpretación con gráficas



Estudiante	Textualidades destacadas
E4	<i>En el año 1998 el hombre bajo su diagnóstico, en el años 1999 las mujeres disminuyó su %.</i>
E10	<i>Bueno en lo visto anteriormente se ve una baja entre en unos años que probablemente se encontraron lentos pero por otro lado también uno no subido escalofriante que se llegó a perder el estado.</i>
E13	<i>Si en el hombre hay un quiebre en el año 1997 fue un quiebre muy brusco.</i>
E14	<i>La tendencia en el hombre pocas veces se quebra y en cambio la mujer se mantiene.</i>
E15	<i>Hombres: que en el año 1997 bajaron los diagnósticos de sida pero al año siguiente comenzó a aumentar nuevamente. Mujeres: En el año 1999 bajaron los diagnósticos y no han subido hasta el año 2001.</i>
E16	<i>Se muestran quiebres porque en el caso del hombre aumentó y luego bajó pero nuevamente subió.</i>
E29	<i>Si en el año 1998 disminuyó 450 personas con respecto con el año 1997 que eran 500 personas.</i>

Tabla 5. Pregnancia perceptiva

Las textualidades reseñan prácticamente un solo cambio en la gráfica, evidencia de cómo la pregnancia perceptiva, es decir, la fuerza que una imagen tiene en la percepción para ser evocada, genera lo que se podría llamar una regresión perceptiva a la curva. Esto es: interpretar ignorando los cambios pequeños en la pendiente de la curva, lo que permite asociar la curva a formas más simples; en este caso, una línea recta sin variación.

Los quiebres de tendencia que reseñan los estudiantes, como respuesta a la pregunta cuatro, son pocos y se reducen a aquellos puntos de variación mayor del número de casos como en el año 1997 para los hombres: “Si en el hombre hay un quiebre en el año 1997 fue un quiebre muy brusco” (E13). Ello les lleva a señalar que “la tendencia en el hombre pocas veces se quiebra y en cambio la mujer se mantiene” (E14). El estudiante 16 plantea tres quiebres en la tendencia del comportamiento de contagios de sida en los hombres: “Se muestran quiebres porque en el caso del hombre aumentó y luego bajó pero nuevamente subió” (E16).

Toda descripción de cambios queda descrita solo desde los valores en el eje x, es decir los años. Es una mirada cualitativa que en general solo se describe desde comparaciones intensivas.

4.3 Lo experiencial en la interpretación: el prejuicio y la tabla como argumentos

El tercer aspecto que se evidencia es el rol del gráfico y la información que proporciona en la toma de decisiones o recomendaciones de los estudiantes. Al parecer, la interpretación del gráfico se hace desde el saber experiencial respecto del contexto social de la información que proporciona. De este modo, las recomendaciones que hacen se fundan en ideas previas más que en la interpretación de la información que el gráfico presenta.

Por ejemplo, el estudiante 6 señala respecto de la educación municipal: “Una vez más el gráfico demuestra que la clase pobre es la menos aplicada para los estudios, aunque entre los 450-599 pts, ha tenido, un leve incremento” (E6). El estudiante confirma con los números lo que su imaginario social suscribe: la clase pobre que estudia en las escuelas públicas no es buena para los estudios. El gráfico no es descrito sin contexto, sino que es interpretado desde lo que su saber cotidiano le muestra. Del mismo modo, el estudiante 9 señala: “En el 2004 los colegios subvencionado estuvieron mucho mejor en relación a los municipales, pero los particulares ya se sabe que siempre van a tener mucho más puntaje que los demás ya que les enseñan mejor que los demás”. En el acto de focalizar la mirada en una sola variable, elimina la educación particular, pues ya sabe que esta tendrá mucho mayor puntaje.

De este modo, las interpretaciones de valores se dan desde imaginarios sociales. Las textualidades hablan de una idea previa: los colegios municipales son peores o los estudiantes pobres son menos capaces de aprender. Para ellos, los resultados de los gráficos confirman esas ideas. Son prejuicios sociales, como lo muestran las siguientes textualidades sobre el gráfico del sida:

Estudiante	Textualidades destacadas
E24	<i>“Que los hombres tienen más posibilidades de ser contagiados, porque socialmente hablando los hombres tienden a ser mujeriegos y no sólo eso, se ha visto mucho que hoy en día la homosexualidad y además la enfermedad tiende a ser traída del extranjero.</i>
E49	<i>“Es muy notoria la cantidad de hombres con SIDA cada año aumenta hay más hombres que mujeres. Ellos tienen relaciones entre ellos mismos y así se contagia el sida.”</i>
E48	<i>“Sabemos que el hombre lidera el gráfico pero me di cuenta que entre el 1997 y el 1999 la enfermedad subió en los hombres y mujeres y bajó solo un poco con los años siguientes. Mi comentario al respecto es que lamentablemente que en vez de que haya precaución con no contagiarse sigue aumentando la enfermedad.”</i>
E26	<i>“Que mientras más atrás los años la gente tenía menor libertad sexual y luego con el pasar de los años fueron poniéndose cada vez más libertinos en el ámbito sexual, lo que facilitó el contagio y propagación de esta enfermedad.”</i>

Tabla 6. Tabulaciones

5 Conclusión

En síntesis, las respuestas al cuestionario muestran aspectos constituyentes del espacio epistémico de figuración que conformaron los estudiantes por medio de las actividades a las que fueron invitados.

El espacio epistémico de figuración, conformado por el estudiante que busca conocer las gráficas presentadas articuladas con el fenómeno que representan —a saber, la comparación de resultados PSU en diversas modalidades educativas en los dos primeros gráficos y la evolución de los contagios de sida en el segundo—, se conformó a partir de los elementos integrados. Podemos señalar que:

- i) Fue operacional, en cuanto evidencian diversas estrategias de los estudiantes para su interpretación, entre las que destacan:
 - a) Recurren a tablas para la numerización. La numerización como una estrategia impone a la tabla como su mejor herramienta. La textualidad del estudiante 4, por ejemplo, separa un caso por línea, ordenando una estructura tabular que reconocemos desde los tiempos babilónicos. La comparación con el estado anterior, que no se cuantifica, es utilizada como dato para cada caso.
 - b) Establecen intervalos para las variables, principalmente las variables de tiempo, como son los años de estudio de contagios de sida.

- c) Identifican puntos críticos donde se produce un cambio o un máximo o mínimo.
- d) Comparan curvas separadas; no más de dos valores y, en síntesis, solo uno, pues el otro se constantifica en intervalos dados por puntos significativos.
- e) La comparación de los intervalos se da de dos maneras: reseñando valores máximos o mínimos, o señalando intervalos de crecimiento.

2) Fue un espacio experiencial, ya que, en las interpretaciones y proyecciones de los estudiantes, las gráficas actúan tanto de detonantes de una reflexión cuyas argumentaciones provienen de su estar social como recurso para justificar sus apreciaciones.

3) Fue un espacio perceptivo, en cuanto que la gráfica no fue significada desde los puntos, sino desde los intervalos, y se traza el devenir de la variable. Así, la interpretación de la gráfica se realiza sobre tendencias, minimizan los quiebres, destacando solo los quiebres importantes en una estrategia perceptiva que ignora cambios menores en favor de una figura más pregnante, es decir, desde herramientas cognitivas que privilegian la regularidad y, por tanto, la omisión de pequeñas variaciones. Es la globalidad la que marca.

Referencias bibliográficas

- ARRIETA, J. Y DÍAZ, L. (2015). “Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología”. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19-48.
- BUENDÍA, G. (2012). “El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores”. *Educación Matemática*, 24(2).
- (2006). Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(2), 227-251.
- BUENDÍA, G., Y CARRASCO, E. (2009). “Gráficas de variación: reflexiones sobre la visualización de la curva”. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 35-41.
- BOWEN, G.; ROTH, W. M. Y MCGINN, M. (1999). “Interpretations of Graphs by University Biology Students and Practicing Scientists: Toward a Social Practice View of Scientific Representation Practices”, en *Journal of Research in Science Teaching*, 36(9), 1020-1043.
- CANTORAL, R., Y FARFÁN, R. M. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 42, 353-369.
- CORDERO, F. (2006). “La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento apprendimento della matematica”. *La Matematica e la sua Didattica*, año 20, n.º 1, 59-79.
- CORDERO, F., CEN, C. Y SUÁREZ, L. (2010) “Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el Bachillerato”. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13(2), 187-214.
- CURCIO, F. R. (1987). “Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs”. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382-393.
- DISSA, A. A. (2004). “Metarepresentation: Native competence and targets for instruction”. *Cognition and Instruction*, 22(3), 291-292.
- DOLORES, C., ALARCÓN, G., Y ALBARRAN, D. (2002). “Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento”. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 103-128.
- DOLORES, C., CHABLÉ, A., CANUL, E., CANTÚ, C., Y CRISPÍN, P. (2009). “De las descripciones verbales a las representaciones gráficas”. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 41-57.
- ENGLISH, L. (2012). “Data modelling with first-grade students”. *Educational Studied Mathematical Education*, 81, 15-30.
- FRIEL, S. N.; CURCIO, F. R., Y BRIGHT, G. W. (2001). “Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications”. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32, 124-158.
- GAGATSI, A. Y ELIA, I. (2003). “The use of number line in conducting arithmetic operations: A comparative study between Cypriot, Italian and Greek primary pupils”. En J. Navotna (Ed.), *Proceedings of the International Symposium in Elementary Mathematics Teaching*, pp. 70-73. Praga (República Checa): Universidad Carolina.

- JANVIER, C. (1987). *Problems of representations in the teaching and learning*. Lawrence Erlbaum Associated.
- MIRANDA, RADFORD Y GUZMÁN. (2007). “Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación”. *Educación Matemática*, 19(3), 5-30.
- MIRANDA, RADFORD Y GUZMAN. (2013). “Un Origen Matemático vs Dos Orígenes Fenomenológicos: la Significación del Movimiento de Objetos Respecto del Punto (0,0)”. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 183-208.
- PARNAFES, O. (2010). “When Simple Harmonic Motion is not That Simple: Managing Epistemological Complexity by Using Computer-based Representations”. *Journal of Science Education and Technology*, 19, 565-579.
- PRESMEG, N. (2008). ICME 11. Recuperado el 15 de septiembre de 2010, de <http://tsg.icme11.org/document/get/97>
- ROTH, W. M., Y BOWEN, G. M. (2003). “When are graphs ten thousand words worth? An expert/expert study”. *Cognition and Instruction*, 21(4), 429-473.
- ROTH. (2013). “Undoing Decontextualization or How Scientists Come to Understand Their Own Data/Graphs”. *Science Education*, 97(1), 80-112.
- SHERIN, L. (2000). “How students invent representations of motion a genetic account”. *Journal of Mathematical Behavior*, 19, 399-441.
- SOLAR, H. (2011). *Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática*. MCM. Fondo de Investigación y Desarrollo En Educación – FONIDE.
- ZUCKER, A. KAY, R. Y STAUDT, C. (2014). “Helping Students Make Sense of Graphs: An Experimental Trial of SmartGraphs Software”. *Journal of Science Education and Technology*, 23, 441-457.